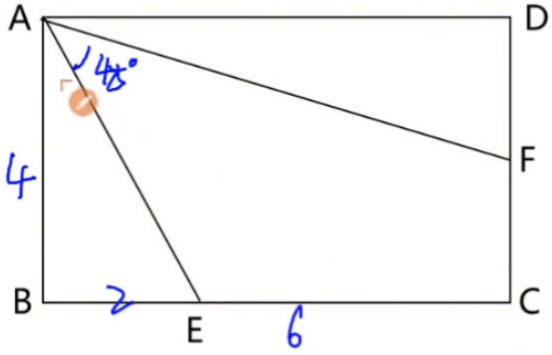
12345模型

如图，已知在矩形$ABCD$中，$AB=4,BC=6,$

$BE=2,$且$\angle EAF=45°,$则$DF=$_____



知二求一

$$\tan\alpha=\frac{1}{2} \qquad \tan\beta=\frac{1}{3} \qquad \alpha+\beta=45°$$

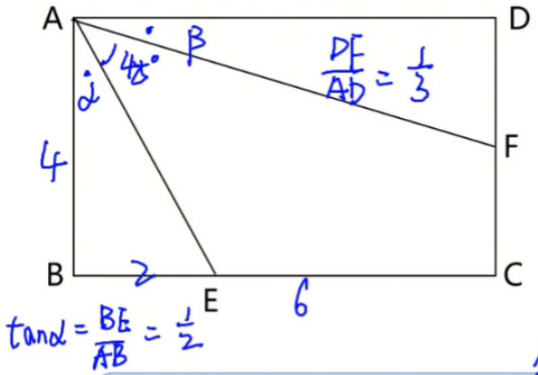
结论：$tan\alpha=\frac{1}{2},tan\beta=\frac{1}{3},\alpha+\beta=45°$

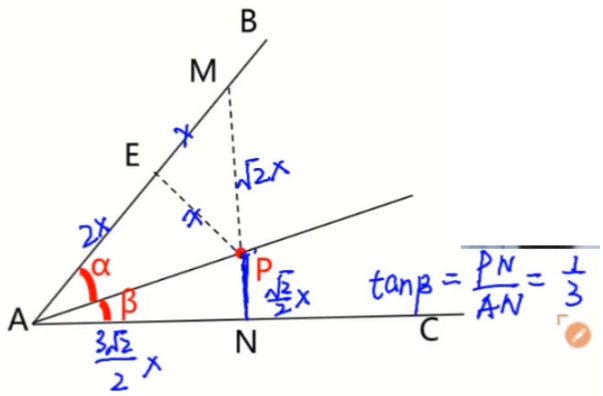
利用结论：

12345模型

如图，已知在矩形$ABCD$中，$AB=4,BC=6,$

$BE=2,$且$\angle EAF=45°,$则$DF=$ 2





知二求一

$$\tan\alpha=\frac{1}{2}\ \checkmark \qquad \tan\beta=\frac{1}{3} \qquad \alpha+\beta=45°\ \checkmark$$

设$\angle BAE=\angle\alpha,\angle FAD=\angle\beta$

$\because BE=2, AB=4 \therefore \frac{BE}{AB}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=tan\alpha$

双$\because \alpha+\beta=45^\circ$ 根据结论：$\frac{DF}{AD}=\frac{1}{3} \therefore DF=2$

证明： 绘制右侧的图形，$\angle\alpha+\beta=45^\circ$

取角分线上任意一点P,向AB, AC引垂线，构造直角三角形，同时，延长NP交AB与M。

这样就有了好多个直角三角形，计算起来就容易了：

$\because tan\alpha=\frac{1}{2}$ 设$EP=x$,则$AE=2x$

$\because \angle ANM$是引垂线引出的直角三角形，$\angle NAB=45^\circ$

$\therefore \angle AMN=45^\circ \therefore EM=EP=x \ PM=\sqrt{2}x, AM=3x$

再利用等腰直角三角形的边长关系，得到

$AN=MN$

$\because 2AN^2=(3x)^2$ $AN=\sqrt{\frac{(3x)^2}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}x$

$\therefore PN=\frac{3\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}x=\frac{\sqrt{2}}{2}x$

$\therefore tan\beta=\frac{PN}{AN}=\frac{1}{3}$

证毕