【证明】$\because \triangle ABC$ 为等腰三角形，$AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle C$，

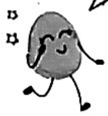
在 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ACQ$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle B=\angle C, \\ BP=CQ, \end{cases}$$

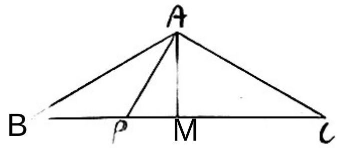
$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACQ$(SAS)，

$\therefore AP=AQ$.

相当于 $\triangle ABP$ 加上 $\triangle APM$，而 $\triangle APC$ 减去 $\triangle APM$.



【结论3】如图所示，过点A作$AM\perp BC$，垂足为M，$\triangle ABM \cong \triangle ACM$(SAS).



模型巧记

见胖瘦，变胖加等腰，变瘦减等腰，中间状态加、减直角三角形.

【证明】$\because \triangle ABC$ 为等腰三角形，$AB=AC$，$AM\perp BC$，

$\therefore \angle B=\angle C$，$BM=CM$.

在 $\triangle ABM$ 与 $\triangle ACM$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle B=\angle C, \\ BM=CM, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle ACM$(SAS).

【总结】两个三角形满足两条边对应相等，并且其中一条边的对角相等，满足的条件为 SSA.

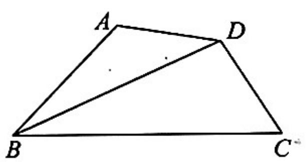
名师点拨

胖瘦模型——两条边对应相等，一组角对应相等，两个角互补.

典例秒杀

典例1 ★★★☆☆

如图，在四边形 $ABCD$ 中，$BC>BA$，$AD=CD$，BD 平分 $\angle ABC$，求证：$\angle A+\angle C=180°$.



【解析】如图，过点 D 作 $DE\perp BC$ 于点 E，过点 D 作 $DF\perp AB$ 交 BA 的延长线于点 F.

名师点拨

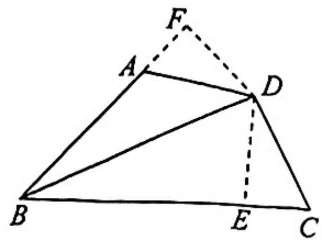
处理方法：

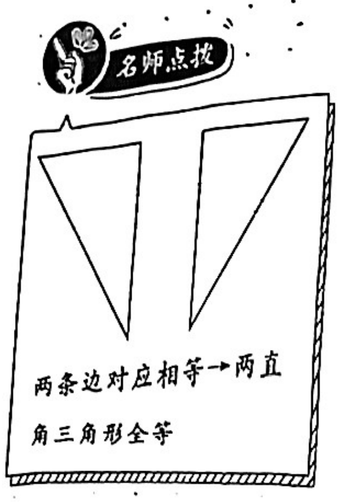
1 变胖(加等腰).

2 变瘦(减等腰).

3 找中间状态(加、减直角三角形).

典例 1 使用的是加、减直角三角形的方法.





$\because BD$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore DE=DF$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle ADF$ 中，

$\begin{cases} CD=AD, \\ DE=DF, \end{cases}$

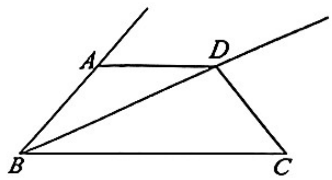
$\therefore \mathrm{Rt}\triangle CDE \cong \mathrm{Rt}\triangle ADF(\mathrm{HL})$，

$\therefore \angle FAD=\angle C$.

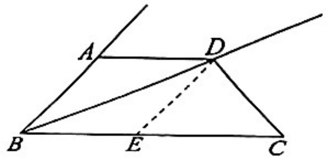
$\therefore \angle BAD+\angle C=\angle BAD+\angle FAD=180°$.

典例2 ☆☆☆☆☆

如图，在四边形 $ABCD$ 中，$BC>AB$，BD 平分 $\angle ABC$，$\angle BAD+\angle C=180°$. 求证：$AD=CD$.



【解析】如图，在边 BC 上截取 $BE=BA$，连接 DE.



$\because BD$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle EBD$ 中，

$\begin{cases} BA=BE, \\ \angle ABD=\angle EBD, \\ BD=BD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD(\mathrm{SAS})$，

$\therefore AD=ED$，$\angle BAD=\angle BED$.

又 $\because \angle BAD+\angle C=180°$，$\angle BED+\angle CED=180°$，

$\therefore \angle C=\angle CED$，

$\therefore CD=ED$.

$\therefore AD=CD$.

胖瘦模型的解题关键是找到合适的辅助线，让模型变胖或者变瘦，构造全等三角形解题.