第一题

5 个同学，每个同学自己有 1 本书，他们互相交换书，最后自己手里不是自己原来的那本书，换书的方法一共有＿＿＿＿＿＿种？

解析：

还是错排问题。

公式推导

首先，

1 号元素必定要排在第 2 ~ n 个位置的其中之一，所以有 n − 1 种放法。

然后，

假设 1 号元素放在了第 k 个位置，那么下一步就要排 k 号元素。

再然后，

k 号元素的排列有两种方式：

一是放在第 1 个位置，剩下的 n − 2 个元素进行错排，共有 f(n − 2) 种可能；

二是不放在第 1 个位置，这时我们将第 1 个位置看作第 k 个位置，于是就形成了包括 k 号元素在内的 n − 1 个元素的错排，共有 f(n − 1) 种可能。

所以，k 号元素共有 f(n − 1)+f(n − 2) 种可能。

又因为第一号元素有 n − 1 种放法，根据乘法原理。

我们得知，

递推式为：

$f(n)=(n-1)\times(f(n-1)+f(n-2))$。

f(1)=0

f(2)=1

f(3)=2

f(4)=9

f(5)=4(f(4)+f(3))=4 * 11   = 44

第二题

为了备战围棋大赛,A、B、C 三人决定聚在一起联合训练，训练过程采用打擂台的方式进行，两个人对弈过程中另外一人观战。

每一局的输方去当下一局的旁观者，而由原来的旁观者向胜者挑战.

半天训练结束时，发现 A 共对弈 15 局，B 共对弈 21 局，而 C 共当旁观者 5 局. 那么整个对弈比赛中的第 3 局当旁观者的是谁呢?

答案:

明显可以得出: C 共当旁观者 5 局, 说明 AB 只对局了 5 次, 从而得出 AC 对局数 15-5=10 局，BC 对局 21-5=16 局，总局数为 10 + 16 + 5 = 31 局。

A 16 次当旁观者，因为不能连当旁观者，故 A 1、3、5、7、9……到 31 场（这些奇数场）都为旁观者。

第三题

魔法师马克拥有三种不同颜色的魔法球。

红色 13 个，黄色 15 个，蓝色 17 个。

当其中两个魔法球相遇时，如果它们颜色不同，它们就变成第三种颜色。

如：红和蓝相遇，都变成黄色。

问：是否可能所有的魔法球都变成同种颜色？

答案：

开始时三种颜色被 3 除的余数分别为 1,0,2。

每次变色后，魔法球数目要么-1，要么+2。

那么余数原来是 1 的变成 0，原来是 0 的变成 2，原来是 2 的变成 1。也就是还是 012 三个余数（就是顺序变了下）。

因此任何时候至少有两只颜色的魔法球。