

题目

如图，直线 $l: y = 2x - 2$ 与 y 轴交于点 G ，直线 l 上有一动点 P ，过点 P 作 y 轴的平行线 PE ，过点 G 作 x 轴的平行线 GE ，它们相交于点 E 。将 $\triangle PGE$ 沿直线 l 翻折得到 $\triangle PGE'$ ，点 E 的对应点为 E' 。

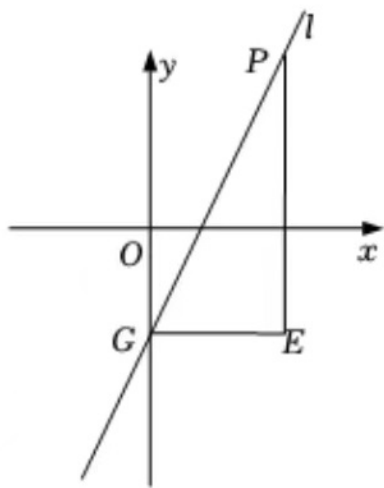


图1

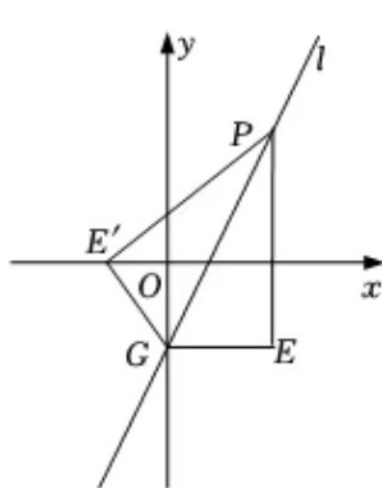


图2

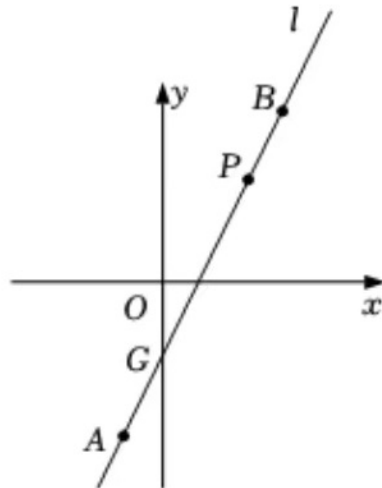


图3

(1)如图1，请利用无刻度的直尺和圆规在图1中作出点 E 的对应点 E' ；

(2)如图2，当点 E 的对应点 E' 落在 x 轴上时，

①直线 l 与 x 轴的交点 D 的坐标_____；

②求证： $E'D = E'G$ ；

③求点 P 的坐标。

(3)如图3，直线 l 上有 $A(-2, -6)$ 、 $B(4, 6)$ 两点，当点 P 从点 A 运动到点 B 的过程中，点 E' 也随之运动，请直接写出点 E' 的运动路径长

解答

2 / 4

$x = 0$ 时, $y = -2$,

$\therefore D(1, 0), G(0, -2)$.

故答案为: $(1, 0)$;

②证明: $\because D(1, 0), G(0, -2)$,

$\therefore OD = 1, OG = 2$,

由对称得: $E'G = EG$,

$\angle EGD = \angle E'GD$,

$\because GE \parallel x$ 轴,

$\therefore \angle EGD = \angle E'DG$,

$\therefore \angle E'GD = \angle E'DG$,

$\therefore E'D = E'G$,

$\therefore E'D = EG$;

③设点 P 的坐标为 $(a, 2a - 2)$, 则可得点 E 的坐标为 $(a, -2)$,

$\therefore EG = E'D = a$,

$\therefore OE' = E'D - OD = a - 1$,

在 $Rt\triangle OGE'$ 中, 由勾股定理得:

$$2^2 + (a - 1)^2 = a^2,$$

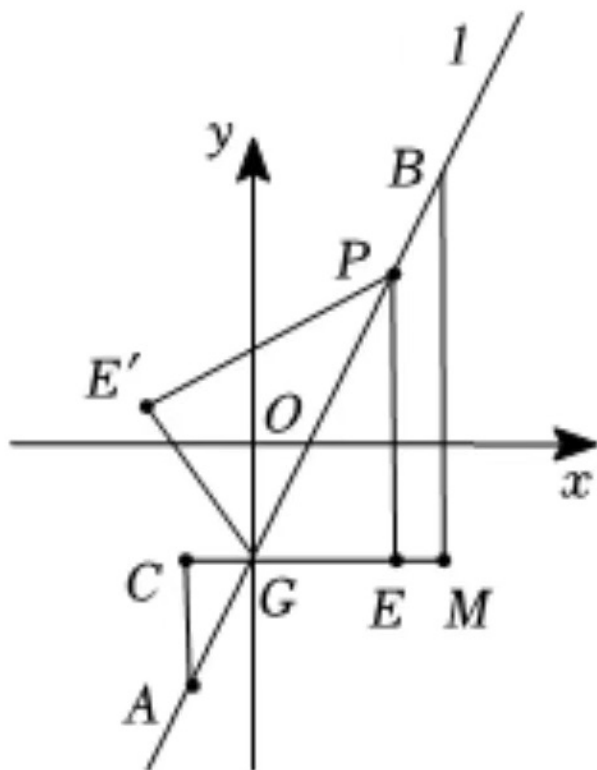
解得 $a = \frac{5}{2}$,

当 $a = \frac{5}{2}$ 时, $2a - 3 = 2 \times \frac{5}{2} - 2 = 3$,

$\therefore D(\frac{5}{2}, 3)$.

$\therefore P(-\sqrt{2}, 0)$,

(3) 分别过点 A , B 作 y 轴的平行线, 与过点 G 垂直于 y 轴的直线分别交于点 C , M ,



则点 E 在线段 CM 上运动, 根据对称性知, 点 E' 运动路径长度为 CM 的长,

$\because A(-2, -6), B(4, 6)$,

$\therefore CM = 4 - (-2) = 6$,

$\therefore$ 点 E' 的运动路径长为 6,

故答案为: 6.