

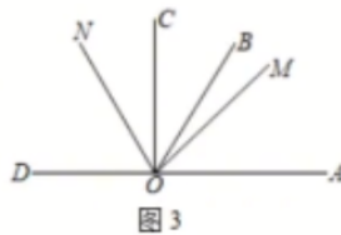
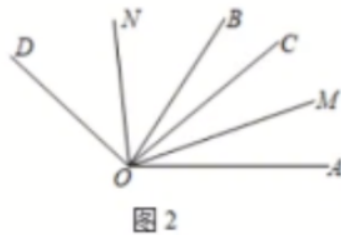
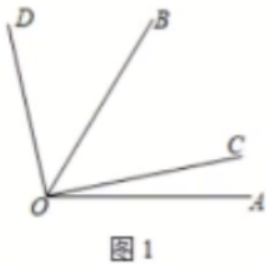
# 旋转角问题

已知： $\angle AOB = 60^\circ$ ， $\angle COD = 90^\circ$ ， $OM$ 、 $ON$  分别平分  $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 。

(1) 如图 1， $OC$  在  $\angle AOB$  内部时， $\angle AOD + \angle BOC =$  \_\_\_\_\_， $\angle BOD - \angle AOC =$  \_\_\_\_\_；

(2) 如图 2， $OC$  在  $\angle AOB$  内部时，求  $\angle MON$  的度数；

(3) 如图 3， $\angle AOB$ ， $\angle COD$  的边  $OA$ 、 $OD$  在同一直线上，将  $\angle AOB$  绕点  $O$  以每秒  $3^\circ$  的速度逆时针旋转直至  $OB$  边第一次与  $OD$  边重合为止，整个运动过程时间记为  $t$  秒。若  $\angle MON = 5\angle BOC$  时，求出对应的  $t$  值及  $\angle AOD$  的度数。



## (1) 用已知换未知就是办法

$$\angle AOD = \angle AOB + \angle BOD = 60^\circ + \angle BOD$$

$$\angle BOC = \angle COD - \angle BOD = 90^\circ - \angle BOD$$

$$\angle AOD + \angle BOC = 60^\circ + 90^\circ + \angle BOD - \angle BOD = 150^\circ$$

$$\angle BOD - \angle AOC = \angle COD - \angle BOC - (\angle AOB - \angle BOC) = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

## (2)

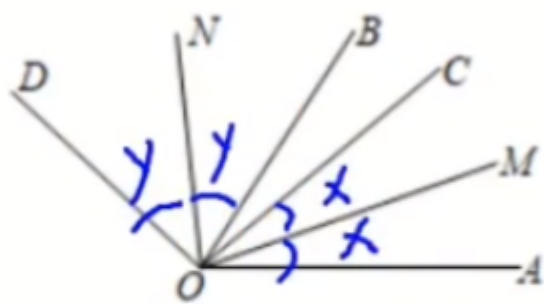


图 2

$$\angle MON = x + y + \angle BOC = \frac{1}{2}(\angle AOC + \angle BOD) + \angle BOC$$
$$= \frac{1}{2}(\angle AOB - \angle BOC + \angle COD - \angle BOC) + \angle BOC = \frac{1}{2}(90^\circ + 60^\circ) = 75^\circ$$

(3)常见的第二种问题，一般会有一个未知数

提出要求，求解未知数，

(3) 如图 3， $\angle AOB$ ， $\angle COD$  的边  $OA$ 、 $OD$  在同一直线上，将  $\angle AOB$  绕点  $O$  以每秒  $3^\circ$  的速度逆时针旋转直至  $OB$  边第一次与  $OD$  边重合为止，整个运动过程时间记为  $t$  秒. 若  $\angle MON = 5 \angle BOC$  时，求出对应的  $t$  值及  $\angle AOD$  的度数.

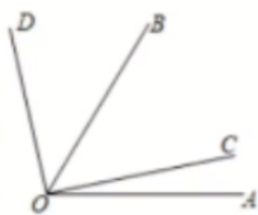


图 1



图 2

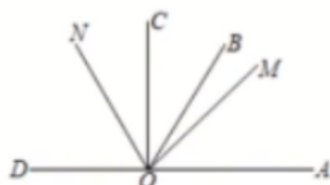


图 3

解决方法：

- 1. 找出目标角
  - 2. 表示目标角
  - 3. 根据要求列方程求解
- 任意时刻旋转的角度都是  $3t$
  - $\angle AOB = 60^\circ$  ,到  $OD$  止,  $OB$  共需走的角是  $120^\circ$  ,也就是, 当  $t = 40$  时, 走完全程。
  - 重点是表示  $\angle BOC$  和  $\angle MON$  ,这是 **重难点**
- $\therefore \angle AOB = 60^\circ, \angle AOC = 90^\circ \therefore \angle BOC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$  当  $OB$  开始旋转时, 分两种情况:
- $OB'$  在  $OC$  右侧, 此时  $\angle B'OC = 30^\circ - 3t$
  - $OB'$  在  $OC$  左侧, 此时  $\angle B'OC = 3t - 30^\circ$

(2) 如图 2,  $OC$  在  $\angle AOB$  内部时, 求  $\angle MON$  的度数;

$$= x + y + \angle BOC = \frac{1}{2}(\angle AOC + \angle BOD) + \angle BOC = \frac{1}{2}(60 - \angle BOC + 90 - \angle BOC) + \angle BOC = 75^\circ$$

(3) 如图 3,  $\angle AOB$ ,  $\angle COD$  的边  $OA$ ,  $OD$  在同一直线上, 将  $\angle AOB$  绕点  $O$  以每秒  $3^\circ$  的速度逆时针旋转直至  $OB$  边第一次与  $OD$  边重合为止, 整个运动过程时间记为  $t$  秒. 若

$\angle MON = 5\angle BOC$  时, 求出对应的  $t$  值及  $\angle AOD$  的度数.

提出要求, 求未知数

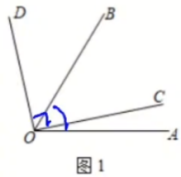


图 1

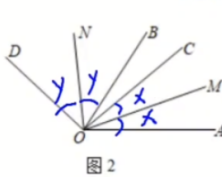


图 2

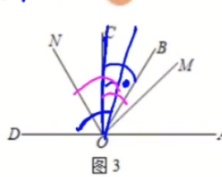


图 3

1. 找出目标角

2. 表示目标角

3. 根据要求列方程求解

|                               |              |              |
|-------------------------------|--------------|--------------|
|                               | $\angle BOC$ | $\angle MON$ |
| 0-10s                         | $30-3t$      | $75^\circ$   |
| 10-40s                        | $3t-30$      | $75^\circ$   |
| $5(30-3t)=75$ 或 $5(3t-30)=75$ |              |              |
| $t=5s$ 或 $t=15s$              |              |              |

- 算一下临界值:  $30^\circ - 3t = 0^\circ$  此时  $t = 10$ , 表示 10 秒之内, 在右侧, 等于 10 秒时, 与  $OC$  重合
- 第二种情况是在 10 ~ 40 秒之间, 此时 **完全符合第二问的答案, 即  $OC$  在  $\angle AOB$  内部! 此时,  $\angle MON = 75^\circ$**

情况 1 中  $\angle MON$  是多大呢? 借鉴第二问的思路:

$$\begin{aligned}\angle MON &= x + y - \angle BOC = \frac{1}{2}(\angle AOC + \angle BOD) - \angle BOC \\ &= \frac{1}{2}(\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle BOC) - \angle BOC = \frac{1}{2}(90^\circ + 60^\circ) = 75^\circ\end{aligned}$$

即: 两种情况下, 都是  $\angle MON = 75^\circ$

$$5(30 - 3t) = 75^\circ \text{ 或 } 5(3t - 30) = 75^\circ \text{ 解得 } t = 5 \text{ 或 } t = 15$$

依题意,  $\angle AOB$  在一同旋转,  $OB$  走多少度,  $OA$  就走多少度, 而  $OD$  是不动的, 所以  $180^\circ$  减去走的角即可:  $\angle AOD = 180^\circ - 35 = 145^\circ$  或  $\angle AOD = 180^\circ - 315 = 135^\circ$