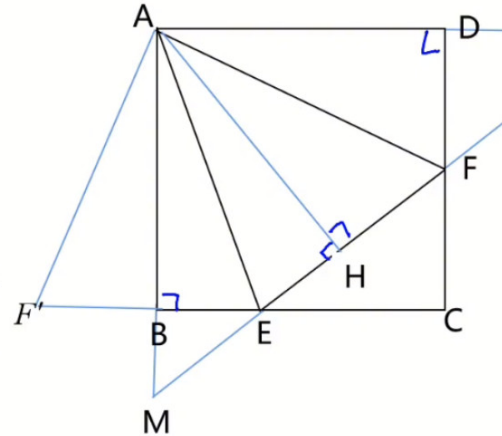


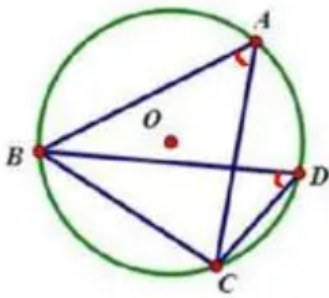
半角模型

- (11) $ABEH$ 四点共圆 ✓
- (12) $AHFD$ 四点共圆 ✓
- (13) $QD^2 + BS^2 = QS^2$
- (14) $ABEQ$ 四点共圆
- (15) $ADFS$ 四点共圆
- (16) $\triangle AQE$ 是等腰直角三角形
- (17) $\triangle ASF$ 是等腰直角三角形
- (18) $AE = \sqrt{2}AQ$
- (19) $AF = \sqrt{2}AS$
- (20) 当 $DF = BE$ 时, $\triangle CEF$ 面积最大



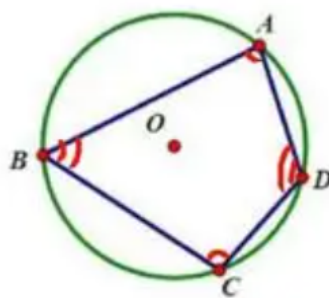
(11) 四点共圆的条件是: 圆内接四边形的对角互补 $\because \angle ABE = \angle AHE = 90^\circ \therefore ABEH$ 四点共圆

四点共圆性质:



性质1:

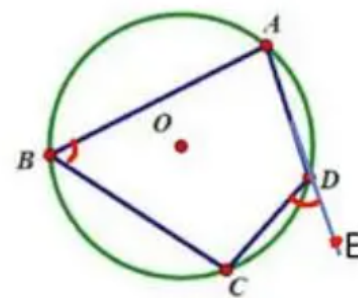
$$\angle A = \angle D$$



性质2:

$$\angle A + \angle C = 180$$

$$\angle B + \angle D = 180$$



性质2:

$$\angle B = \angle CDE$$

刘老师数学讲堂

(12) 同理: $\because \angle AHF = \angle ADF = 90^\circ$

$\therefore AHFD$ 四点共圆

半角模型

(11) $ABEH$ 四点共圆

(12) $AHFD$ 四点共圆

(13) $QD^2 + BS^2 = QS^2$ ✓

(14) $ABEQ$ 四点共圆 ✓

(15) $ADFS$ 四点共圆 ✓

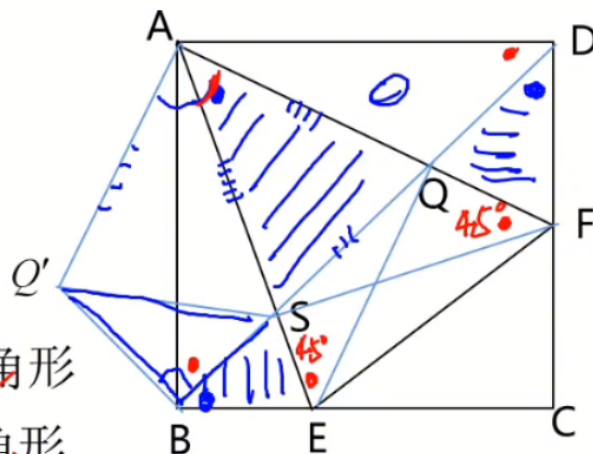
(16) $\triangle AQE$ 是等腰直角三角形 ✓

(17) $\triangle ASF$ 是等腰直角三角形 ✓

(18) $AE = \sqrt{2}AQ$ ✓

(19) $AF = \sqrt{2}AS$ ✗

(20) 当 $DF = BE$ 时, $\triangle CEF$ 面积最大



(13) 很明显 QD 与 BS 不在同一个三角形中, 不太好直接证明两者间的关系, 我们采用的办法是旋转法, 将 $\triangle AQD$ 旋转到 $AQ'B$ 的形式上。

因为是旋转, 所以 $BQ' = QD$, 问题得到转化。下面来研究一下 $Q'B^2 + BS^2 = QS^2$ 吗? 根据以前的证明经验, 我们知道 $\triangle Q'SA \cong \triangle ASQ$ (SAS) $\therefore Q'S = QS$ 问题也就转化为让我们证明 $\angle Q'BS = 90^\circ$
 $\angle Q'BS = \angle ABQ' + \angle ABS = \angle ADQ + \angle ABS = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ 证毕

(14) 性质: 共圆的四个点所连成同侧共底的两个三角形的顶角相等 $\angle DBC = \angle EAF = 45^\circ$ 所以 $EBAQ$ 四点共圆, 证毕

(15) 同14, 有 $\angle EAF = \angle BDC = 45^\circ$ 所以 $ADFS$ 四点共圆

(16) 利用上面 $ABEQ$ 四点共圆的结论, 所以弧 AQ 的两个对应角 $\angle ABD = \angle AEQ = 45^\circ$ 而且已知 $\angle EAF = 45^\circ \therefore \angle AQE = 90^\circ \therefore \triangle AEQ$ 是等腰直角三角形 证毕

(17) 根据上面的结论 $ASFD$ 四点共圆, 弧 AS 对的两个角 $\angle ADS = \angle AFS = 45^\circ \therefore \triangle ASF$ 是等腰直角三角形 证毕

(18, 19) 因为有上面16, 17的结论, 所以 $\sqrt{2}$ 倍的结论也是正确的

(20) 视频证明

今日头条: 武老师课堂