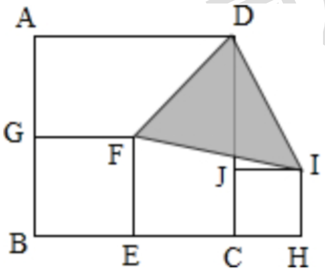
2023丘少班初试真题（二）

时间：120分钟　满分：100分

试场：__________姓名：__________学校：__________电话：__________得分：_________

一.填空题(每题4分，共40分)

1. 如右图，有三个正方形ABCD，BEFG，CHIJ，其中正方形ABCD的边长是12，正方形BEFG 的边长是8，三角形DFI 的面积是_________.



2. 某装订车间的工人要将一批书打包后送往邮局，每包所装书的数目一样，第一次，他们领来这批书的$\dfrac{7}{12}$，结果打了14个包还剩余35本.第二次他们把到下的书全部取来，连同第一次剩余的书一起，刚好又打了11包，那么这批书共有_________本.

3. 一件工程，甲队单独做10天完成，乙队单独做30天完成。现在两队合作，期间甲队休息了2天，乙队休息了8天，从开始到完工共用_________天.

4. 1名老师和6名获奖同学排成一排照相留念，则老师不站两端的不同的排法有_______种.

5. 求值：$\dfrac{3}{1^2\times2^2}+\dfrac{5}{2^2\times3^2}+\ldots+\dfrac{21}{10^2\times11^2}=$_________.

6 已知$S=\dfrac{1}{\dfrac{1}{1980}+\dfrac{1}{1981}+\cdots+\dfrac{1}{2023}}$，S 的整数部分为_________.

7. 2^{2023}除以33的余数为_________.

8. 国王赏给3个宫廷巫师10只钱包，其中第1包是空的，第2包中有1枚金币，第3包中有2枚金币…..第10包中有9枚金币.巫师甲分走了2只钱包。其余钱包被乙，丙瓜分，乙所得金币比丙多，丙在路上被强盗抢走了4只钱包，只剩下10枚金币，那么甲分得的两只钱包中共有_________枚金币.

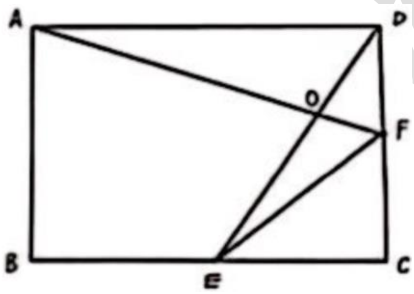
9. 由三个非零数字组成的三位数与这三个数字之和的商记为K，如果K为整数，则K的最大值为_________.

10. 甲，乙两人在椭圆形跑道上的同一起点反向而行，每人跑完第一圈到达出发点后立即回头加速跑 第二圈，跑第一圈时，乙的速度是甲的速度的$\dfrac{2}{3}$，甲跑第二圈时速度提高了$\dfrac{1}{3}$，乙跑第二圈时速度提高了$\dfrac{1}{5}$，已知甲乙两人第二次相遇点和第一次相遇点距离190米，那么这条椭圆形跑道总长_________米.

二、解答题(每题12分，共60分)

1.红，蓝，黄，白四种颜色的卡片各一张。每张上面写有1个一位数，现将4张卡片从左到右按照红，黄，白，蓝的顺序放置，构成一个四位数，计算这个四位数减去它各位数码之和的10倍，结果小明发现，无论白色卡片上写什么数字，计算结果都是2025，问：红，黄，蓝三张卡片上各是多少?

2. 如图，长方形ABCD的面积为1，E，F分别为BC，CD的中点，DE交AF于0，求三角形OEF的面积.



3. 一个蓄水池装有9根水管，其中1根为进水管，其余8根为相同的出水管，开始进水管以均匀的速度不停的向这个蓄水池蓄水.池内注入了一些水后，有人想把出水管也打开，使池内的水再全部排光，如果把8根出水管全部打开，需要3小时可将池内的水排光；若仅打开3根出水管，则需要18小时，问：如果想要在8小时内将池中的水全部排光.最少需要打开几根出水管?

4. 试求不能表示为3个不同合数之和的最大正整数，并说明理由.

5. 设集合 N_n ={1，2，3，…，n}， 定义从集合 N_n 到另一个集合N_n的一一对应关系F为 N_n 上的一个置换，通常表示为 $F=\begin{Bmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ f(1) & f(2) & \cdots & f(n) \end{Bmatrix}$ 其中f(1)，f(2)，…，f(n)是1到n的一个排列，分别表示1，2，…，n在置换F下对应的数字.

置换也可看作是特殊的函数运算 例如 $F=\begin{Bmatrix} 123 \\ 231 \end{Bmatrix}$ 表示f(1)=2，f(2)=3，f(3)=1置换同样可以进行嵌套，运算的结果依然为置换，运算规律与函数相同，置换F和置换G嵌套后写作(F-G)， 其运算规则为(F ·G)(x)=f(g(x)).

(1) 设 $F=\begin{Bmatrix} 1234 \\ 3241 \end{Bmatrix}$ $G=\begin{Bmatrix} 2134 \\ 1234 \end{Bmatrix}$ 请计算(F ·G).

轮换：设F是 N_n上的一个置换，$a_1, a_2, \ldots, a_n$是1，2…，n的一个排列.对某个正整数k≤n，若 $f(a_1)=a_2$，$f(a_2)=a_3$，…，$f(\alpha_{k-1})=a_k$，$f(\alpha_k)=a_1$ （ 其中k<n时，要求$f(a_{k+1})=a_{k+1}$, $f(a_{k+2})=a_{k+2}$, $f(a_n)=a_n$)，则称F 为一个k 阶轮换

例 如N_5上的下列置换为一个3阶轮换 $F=\begin{Bmatrix} 12345 \\ 14352 \end{Bmatrix}=(245)=(452)=(524)$

注意，并非每一个 N_n 上的置换都是轮换，例如N_5上的 $F=\begin{Bmatrix} 12345 \\ 34152 \end{Bmatrix}$ 就不是一个轮换。但是可写为两个轮换的乘积F=(13)(245)

(2)设置换 $G=\begin{Bmatrix} 123456789 \\ 976213458 \end{Bmatrix}$ 请将G表示为轮换的乘积